ПРОБЛЕМЫ ОБУЧЕНИЯ

УДК 51.74

К. С. Мусабеков

Кокшетауский университет им. Ш. Уалиханова, Кокшетау, Казахстан

К МЕТОДИКЕ ПРЕПОДАВАНИЯ ТЕМЫ «АРИФМЕТИЧЕСКИЕ ОПЕРАЦИИ НАД ДЕЙСТВИТЕЛЬНЫМИ ЧИСЛАМИ» В ТЕХНИЧЕСКОМ ВУЗЕ

Аннотация. В данной работе рассматривается методика преподавания темы «Вещественные числа» курса математического анализа технического вуза. При изложении этой темы, как и при изложении других тем курса математического анализа, преподаватель придерживается следующих требований: доступное изложение курса, логическая строгость и последовательность изложения учебного материала; взаимосвязь предмета с другими дисциплинами образовательной программы технического вуза.

Придерживаясь этих требований, в работе рассматривается методика преподавания операций сравнения действительных чисел, арифметических операций над действительными числами.

Рассматривая действительное число как бесконечную десятичную дробь, в работе приведены условия равенства действительных чисел, операция сравнения действительных чисел, правила выполнения арифметических операций над действительными числами.

На конкретных примерах показаны правила выполнения арифметических операций над действительными числами. Приведены примеры случаев, когда сумма двух иррациональных чисел, возведение иррационального числа в иррациональную степень оказываются рациональными (даже, натуральными) числами.

Ключевые слова: бесконечная десятичная дробь, рациональное число, иррациональное число, действительное число.

В курсе математики технического вуза предмету «Математический анализ» уделяется больше времени и внимания, чем другим математическим предметам (линейная алгебра и геометрия, теория вероятности и математическая статистика). Это объясняется многочисленными приложениями предмета к практике. В связи с этим для квалифицированного преподавания курса математического анализа желательно придерживаться следующих требований:

- доступное изложение курса;
- логическая строгость и последовательность изложения учебного материала;
- взаимосвязь предмета с другими дисциплинами образовательной программы (физика, химия и предметы технического цикла).

Остановимся подробнее на перечисленных требованиях.

Под *доступным изложением курса* математического анализа подразумевается то, что предмет должен быть так изложен, чтобы его усвоили все студенты, а не избранные отличники. В общем то, это сделать можно. Еще со школьного курса математики студенты знакомы с первоначальными понятиями анализа: число, переменная величина, функция, предел, производная и интеграл. Поэтому успех в усвоении предмета зависит от профессионализма преподавателя. При этом на занятиях необходимо решать задачи с практическим применением, и в ходе решения показывать, как с помощью таких несложных понятий как предел, производная и интеграл можно решать столь необходимое для практики задачи. Другими словами, усилия, затраченные на усвоение понятий математического анализа, вполне окупаются решением актуальных задач практики. Умелым подбором однотипных задач можно увлечь студентов к занятиям математикой.

В качестве примера сказанному, можно проанализировать методику изложения начал теории вещественных чисел [1]. Первоначально рассматривается понятие числовой оси. Кратко рассказать о необходимости расширения понятия натуральных чисел, анализировать работы древних греков: Фалеса по соизмеримости отрезков, Пифагора по иррациональным числам. И лишь после такого введения можно переходить к научному изложению теории вещественных чисел, сопровождая теорию соответствующими примерами. Такое изложение теории вещественных чисел будет вполне доступно студентам.

Теперь о логической строгости курса. Математическая теория вещественных чисел построена логически достаточно основательно. И если при изложении предмета выдерживать логику рассуждений и доступно объяснять, то студенты усвоят предмет. А если же, в целях облегчения и труда преподавателя и экономии времени нарушить логичность рассуждений, то выигрыша от этого не получим: студенты не усвоят тему, или знания у них будут поверхностными. Здесь ситуация аналогична той, когда говорят: «скупой платит дважды». И тогда чтобы все-таки добиться усвоения темы (иначе дальнейшее изложение курса успеха не принесет) придется снова возвращаться к теме и объяснять ее уже более логично и основательно.

Пример 1. При решении практических задач часто используется формула

$$\sqrt[n]{1+x} \approx 1+\frac{x}{n}, \tag{1}$$

n - натуральное число, для вычисления приближенных значений корней.

Используя эту формулу вычислить приближенное значение корней:

$a)\sqrt[3]{1042}$; $b)\sqrt[4]{10124}$; $c)\sqrt[5]{100095}$.

Решение. Прежде чем использовать данную формулу для вычисления значений корней, выясним ее математические основы. Поэтому приведем еще формулу Безу известную из курса элементарной математики

$$a^n - b^n = (a-b)(a^{n-1} + a^{n-2}b + a^{n-3}b^2 + \ldots + b^{n-1})$$

($n-$ натуральное число, $a,b-$ вещественные числа), являющуюся обобщением формул сокращенного умножения.

Формулу (1) запишем в следующем виде

$$\sqrt[n]{1+x} - 1 \approx \frac{x}{n},$$

и установим эквивалентность бесконечно малых в точке $x=0$ функций $\alpha(x)=\sqrt[n]{1+x}-1,\ \beta(x)=\frac{x}{n}.$ Для этого, используя формулу Безу, вычислим предел

$$\lim_{x\to 0}\frac{\alpha(x)}{\beta(x)}=\lim_{x\to 0}\frac{\sqrt[n]{1+x}-1}{\frac{x}{n}}=\lim_{x\to 0}\frac{n(\sqrt[n]{1+x}-1)}{x}=n\lim_{x\to 0}\frac{(\sqrt[n]{1+x}-1)[(\sqrt[n]{1+x})^{n-1}+(\sqrt[n]{1+x})^{n-2}+\ldots+1]}{x[(\sqrt[n]{1+x})^{n-1}+(\sqrt[n]{1+x})^{n-2}+\ldots+1]}$$

$$=n\lim_{x\to 0}\frac{(\sqrt[n]{1+x})^{n}-1}{x[(\sqrt[n]{1+x})^{n-1}+(\sqrt[n]{1+x})^{n-2}+\ldots+1]}=n\lim_{x\to 0}\frac{x}{x[(\sqrt[n]{1+x})^{n-1}+(\sqrt[n]{1+x})^{n-2}+\ldots+1]}=\frac{n}{n}=1,$$

т.е. $\alpha(x),\beta(x)$ эквивалентные бесконечно малые функции в окрестности точки $x=0.$ Поэтому $\alpha(x)\approx\beta(x)$ в малой окрестности точки $x=0.$ Отсюда следует исходная формула (1) справедливая в малой окрестности точки $x=0.$

Теперь вычислим значения корней:

$$a)\sqrt[3]{1042}=\sqrt[3]{1000(1+0,042)}=10\sqrt[3]{1+0,042}\approx 10(1+\frac{0,042}{3})=10(1+0,014)=10,14;$$

$$b)\sqrt[4]{10124}=\sqrt[4]{10000(1+0,0124)}\approx 10(1+\frac{0,0124}{4})=10(1+0,0031)=10,03.$$

Совершенно аналогично находим $\sqrt[5]{100095}\approx 10,002.$

При решении данного примера мы проанализировали логическую структуру задачи, объяснили возникновение формулы (1), показали применение на практике понятия эквивалентности бесконечно малых функций.

Теперь остановимся на взаимосвязи курса математического анализа с другими дисциплинами образовательной программы специальностей технического вуза.

Многие понятия курса математического анализа возникли в силу их необходимости в физике, механике, химии. Один из основателей дифференциального исчисления И. Ньютон (1642-1727) определял производную функции как скорость (флюксия) изменения переменных (флюенты). Можно привести примеры возникновения многих понятий математического анализа в других дисциплинах. Поэтому, чтобы заинтересовать студентов и увлечь их занятиями математикой полезно рассматривать на занятиях применение понятий и фактов курса анализа для изучения реальных явлений природы и техники. Здесь понятие производной функции можно интерпретировать как скорость движения материальной точки; вторую производную функции – как ускорение движения материальной точки; рассматривать определенный интеграл как работу приложенной силы и т. д.

Как отмечается в работе [2], преподаватель курса математический анализ не должен ставить себе целью научить студента процессу математического моделирования. Процесс математического моделирования требует специальных знаний в области, которая моделируется. К тому же у преподавателя математики вряд ли найдется время на рассмотрение практических вопросов, подлежащих моделированию. Процессом математического моделирования должны заниматься специальные кафедры.

В соответствии со сказанными выше требованиями доступности и логичности изложения проведем дальнейшее рассмотрение теории вещественных чисел, начатых в работе [1].

В работе [1] была предложена методика введения в курсе математического анализа технического вуза понятия действительного числа x как бесконечной десятичной дроби

$$x = a_0, a_1 a_2 ... a_n ...$$

где $a_0, a_1, a_2, ..., a_n, ...$ целые неотрицательные числа, $0 \le a_n \le 9, n > 0.$ В данной работе будет предложено дальнейшее рассмотрение этой темы. Будут рассмотрены условия равенства, сравнения, выполнение арифметических операций над действительными числами.

Прежде чем вводить определение условий равенства двух действительных чисел рассмотрим следующий пример.

Пример 2. Рассмотрим числа $x = 0,43(0)$ и $y = 2,42(9)$. Преобразуем число

$$y = 2,42(9) = 2,4299... = 2\frac{42}{100} + \frac{9}{1000} + \frac{9}{10000} + \frac{9}{100000} + ... = 2\frac{42}{100} + \frac{9}{1000}(1 + \frac{1}{10}$$

$$+ \frac{1}{100} + ...) = 2\frac{42}{100} + \frac{9}{1000}\frac{1}{1 - \frac{1}{10}} = 2\frac{42}{100} + \frac{9}{1000}\frac{10}{9} = 2\frac{42}{100} + \frac{1}{100} = 2\frac{43}{100} = 2,43.$$

Таким образом $x = 2,43(0) = 2,43 = 2,42(9) = y$. Теперь можно ввести следующее.

Определение. Действительные числа $x = a_0, a_1 a_2 ... a_n ..., и\ y = b_0, b_1 b_2 ... b_n ...$ равны между собой, если имеет место одно из двух условий

1) $a_k = b_k, \quad k = 0,1,2,...;$

2) первые значения чисел x и y до некоторого места равны, затем следующая цифра числа x на единицу больше чем следующая цифра y, а далее, у числа x идут нули, а у числа y идут одни девятки:

$$a_0 = b_0, a_1 = b_1, ..., a_{n-1} = b_{n-1}, a_n = b_n + 1,$$
$$a_{n+1} = a_{n+2} = ... = 0, \quad b_{n+1} = b_{n+2} = ... = 9.$$

На множестве действительных чисел определим понятия «больше» и «меньше». Для этого рассмотрим положительные вещественные числа $x = a_0, a_1 a_2 ... a_n ..., и\ y = b_0, b_1 b_2 ... b_n ...$ ни одно из которых не оканчивается девяткой в периоде.

Определение. Будем говорить, что число x больше числа y ($x > y$) если имеет место одно из следующих условий:

1) $a_0 > b_0,$

2) $a_0 = b_0,$ но $a_1 > b_1,$

3) $a_0 = b_0, a_1 = b_1, ..., a_i = b_i,$ но $a_{i+1} > b_{i+1}.$

Для любых действительных чисел x и y определим отношение порядка:

1) если x-положительное число, а y-отрицательное, то положим $x > y;$

2) если x и y-отрицательные числа, причем $-x < -y,$ то положим $x > y;$

3) число нуль больше всех отрицательных и меньше всех положительных чисел.

Таким образом, мы определили действительные числа как бесконечные десятичные дроби, удовлетворяющие приведенным определениям равенства и упорядоченности.

Рассмотрим кратко порядок выполнения арифметических операций над действительными (точнее, иррациональными) числами.

Пусть даны действительные числа $x = a_0, a_1a_2...a_n..., и\ y = b_0, b_1b_2...b_n...$. Обозначим $x^{(n)} = a_0, a_1a_2...a_n$, $y^{(n)} = b_0, b_1b_2...b_n$. Числа $x^{(n)}, y^{(n)}$ называют n-ой срезкой действительных чисел x, y. При этом $x^{(n)}, y^{(n)}$ являются конечными десятичными дробями.

Арифметические операции над действительными числами x и y выполняются по следующим правилам:

$$\begin{aligned}
&x^{(n)} + y^{(n)} \to x + y,\\
&x^{(n)} - (y^{(n)} + \frac{1}{10^n}) \to x - y,\\
&(x^{(n)} y^{(n)})^{(n)} \to xy, \qquad\qquad \text{при } n \to \infty.\\
&\Big(\frac{x^{(n)}}{y^{(n)} + \frac{1}{10^n}}\Big)^{(n)} \to \frac{x}{y},
\end{aligned}$$

Пример 3. Рассмотрим числа $x = \sqrt{3} = 1,73205..., y = \sqrt{2} = 1,41421....$ Приведем алгоритмы вычисления суммы, разности, произведения и частного данных чисел.

Решение. Алгоритмы выполнения арифметических операций представим в следующих таблицах.

1) Рассмотрим алгоритм вычисления суммы $x + y$ с любой степенью точности. Результаты вычислений представим в следующей таблице 1.

Таблица 1 – Последовательные значения сумм $x^{(n)} + y^{(n)}$.

n	1	2	3	4	5	…
$x^{(n)}$	1,7	1,73	1,732	1,7320	1,73205	…
$y^{(n)}$	1,4	1,41	1,414	1,4142	1,41421	…
$x^{(n)} + y^{(n)}$	3,1	3,14	3,146	3,1462	3,14626	…

Из таблицы 1 видно, что срезки $x^{(n)}, y^{(n)}, x^{(n)} + y^{(n)}$ являются неубывающими, а сумма $x^{(n)} + y^{(n)}$ постепенно выравниваются и стремится к значению своего предела.

2) Рассмотрим алгоритм вычисления разности $x - y$. Результаты вычислений представим в следующей таблице 2.

Таблица 2 – Последовательные значения разности $x^{(n)} - y^{(n)}$.

n	1	2	3	4	5	…
$x^{(n)}$	1,7	1,73	1,732	1,7320	1,73205	…
$y^{(n)}$	1,4	1,41	1,414	1,4142	1,41421	…
$x^{(n)} - (y^{(n)} + \frac{1}{10^n})$	0,2	0,31	0,317	0,3177	0,31783	…

Из таблицы 2 также видно, что последовательные значения разностей $x^{(n)} - (y^{(n)} + \frac{1}{10^n})$ постепенно выравниваются и стремятся к значению своего предела.

3) Рассмотрим алгоритм вычисления произведения xy иррациональных чисел x, y. Результаты вычислений представим в следующей таблице 3.

Таблица 3 – Последовательные значения произведения $(x^{(n)}y^{(n)})^{(n)}$.

n	1	2	3	4	5	…
$x^{(n)}$	1,7	1,73	1,732	1,7320	1,73205	…
$y^{(n)}$	1,4	1,41	1,414	1,4142	1,41421	…
$(x^{(n)}y^{(n)})^n$	2,3	2,43	2,449	2,4493	2,44948	…

Здесь также видно, что последовательные значения произведения $(x^{(n)}y^{(n)})^{(n)}$ возрастают и ограничены сверху, например, числом 3. Следовательно последовательность $(x^{(n)}y^{(n)})^{(n)}$ сходится к своему пределу

$\sqrt{6} = 2,44948....$

4) Рассмотрим алгоритм вычисления частного $\frac{x}{y}$ иррациональных чисел x, y. Результаты вычислений представим в следующей таблице 4.

Таблица 4 – Последовательные значения частного $(\frac{x^{(n)}}{y^{(n)} + 10^{-n}})^{(n)}$.

n	1	2	3	4	5	…
$x^{(n)}$	1,7	1,73	1,732	1,7320	1,73205	…
$y^{(n)}$	1,4	1,41	1,414	1,4142	1,41421	…
$(\frac{x^{(n)}}{y^{(n)} + 10^{-n}})^{(n)}$	1,1	1,21	1,224	1,2246	1,22473	…

Из таблицы 4 видно, что последовательность частных $(\frac{x^{(n)}}{y^{(n)} + 10^{-n}})^{(n)}$ стремится к числу $\sqrt{\frac{3}{2}} = \sqrt{1,5} = 1,22474....$

Чтобы создать «интригу» ситуации, после проведения рассмотренных выше арифметических операций над иррациональными числами, обучающимся можно задать вопросы:

1. Может ли сумма двух иррациональных чисел быть рациональным (или даже натуральным) числом?

2. Может ли иррациональное число в иррациональной степени быть рациональным (или даже натуральным) числом?

Ответы на эти вопросы дают решения следующих примеров 4 и 5.

Пример 4. Докажем, что $\sqrt[3]{9+\sqrt{80}}+\sqrt[3]{9-\sqrt{80}}=3$.

Решение. В процессе решения этого примера нам понадобиться следующая формула сокращенного умножения:

$(a+b)^3=a^3+3a^2b+3ab^2+b^3$, и ее эквивалент

$(a+b)^3=a^3+3ab(a+b)+b^3$.

Обозначим $A=\sqrt[3]{9+\sqrt{80}}+\sqrt[3]{9-\sqrt{80}}$. Вычислим

$$A^3=9+\sqrt{80}+3\sqrt[3]{\left(9+\sqrt{80}\right)^2\cdot\left(9-\sqrt{80}\right)}+3\cdot\sqrt[3]{\left(9+\sqrt{80}\right)\cdot\left(9-\sqrt{80}\right)^2}+9-\sqrt{80}$$

$$=18+3\sqrt[3]{9^2-\left(\sqrt{80}\right)^2}\cdot\left(\sqrt[3]{9+\sqrt{80}}+\sqrt[3]{9-\sqrt{80}}\right)=18+3A.$$

В результате получим кубическое уравнение $A^3-3A-18=0$ относительно неизвесного числа A. Преобразуем уравнение к виду $(A^3-27)-3(A-3)=0$. Отсюда получим $(A-3)\left(A^2+3A+6\right)=0, A=3$. Квадратное уравнение $A^2+3A+6=0$ имеет дискреминант $D=3^2-4\cdot6=-15<0$. Поэтому $A^2+3A+6>0$ следовательно, кубическое уравнение имеет единственное решение $A=3$. Поэтому $\sqrt[3]{9+\sqrt{80}}+\sqrt[3]{9-\sqrt{80}}=3$. Таким образом мы ответили на первый из поставленных выше вопросов. Сумма двух иррациональных чисел может быть равным рациональному (точнее, натуральному) числу.

Пример 5. Докажем, что $(\sqrt{3})^{2\log_3 5}=5.$

Решение. Рассмотрим выражение $(\sqrt{3})^{2\log_3 5}=((\sqrt{3})^2)^{\log_3 5}=3^{\log_3 5}=5.$

Таким образом мы ответили и на второй из поставленных вопросов: иррациональное число в иррациональной степени может оказаться равным рациональному (точнее, натуральному) числу.

Свойства действительных чисел, обоснование и более подробное изложение рассмотренных выше вопросов приведено в работах [3, 4].

Многие выпускники средних школ не знают алгоритма вычисления квадратного корня [5] с любой степенью точности. Этот алгоритм можно показать на практическом занятии.

И в завершение, следуя идеям работы [2] отметим, что тема «Вещественные числа» не относится к основным темам курса математического анализа технического вуза, и поэтому на эту тему будет выделено меньше времени, чем это требуется для аккуратного изложения. Тем не менее, поскольку эта тема составляет основу курса математического анализа, то при ее изучении необходимо как можно подробнее рассмотреть основные моменты материала, изложенного в этой работе, и в работе [1]. Каждому выпускнику технической специальности необходимо уметь обращаться с иррациональными числами при решении практических задач.

Список литературы

1. Мусабеков К.С. Методика преподавания темы «Вещественные числа» в техническом вузе // Наука и образование в гражданской защите. – 2021. – № 3(43). – С. 68-76.

2. Кудрявцев Л. Д. Современная математика и ее преподавание. – М.: Наука, 1980. – 144 с.

3. Бугров Я. С., Никольский С.М. Высшая математика, т. 2. Дифференциальное и интегральное уравнение. – М.: Дрофа, 2003. – 512 с.

4. Ляпунов А. А. Действительные числа (преподавание в высшей технической школе с большой программой математики) // Математическое просвещение. – М.: Государственное издательство технико-теоретической литературы. – 1957. –выпуск 2. – С. 149-156.

5. Соловьев Ю. П. Старый алгоритм // Квант. – 1987. – № 3. – С. 34-37.

References

1. Mussabekov K. S. Metodika prepopodavaniya temy «Veshestvennye tsisla» v tehtnitsheskom vuze // Nauka i obrazovanie v grajdanskoi zashite. – 2021. – № 3 (43). – S. 68-76.

2. Kudryavzev L. D. Sovremennaya matematika i ee prepodavanie. – M. Nauka. 1980. – 144 s.

3. Bugrov YA. S., Nikolskij S. M. Vysshaya matematika, т. 2. Differencialnoe i integralnoe ischpslenie. – M.: Drofa, 2003. – 512 s.

4. Lyapunov A. A. Deistvitelnyse tsisla (prepodavanie v vysshei tehtniteskoi shkole s bolshoi programmoi matematiki) // Matematicheskoe prosveshenie. – M.: Gosudarstvennoe izdatelstvo tehtniko-theoreticheskoi literatury. – 1957. – vypusk 2 – S. 149-156.

5. Solovev Ju. P. Staryi algoritm // Kvant. – 1987. – № 3. – S. 34-37.

К. С. Мусабеков

Ш. Уалиханов атындағы Кокшетау университеті, Кокшетау, Қазақстан

ТЕХНИКАЛЫҚ ЖОҒАРҒЫ ОҚУ ОРЫНДАРЫНА «НАҚТЫ САНДАРҒА АРИФМЕТИКАЛЫҚ ОПЕРАЦИЯЛАР» ТАҚЫРЫБЫНА ОҚЫТУ ӘДІСТЕМЕЛІГІНЕ ҚОСЫМША

Аңдатпа. Бұл жұмыста техникалық жоғарғы оқу орнының математикалық талдау курсында «Нақты сандар» тақырыбын оқыту әдістемесі қарастырылады.

Осы тақырыпты баяндау кезінде, сондай-ақ математикалық талдау курсының басқа тақырыптарын оқыту кезінде оқытушы келесі талаптарды сақтайды: курстың қолжетімді баяндалуы; оқу материалын берудің логикалық қатаңдығы мен реттілігі; пәннің техникалық университеттің білім беру бағдарламасының басқа пәндермен байланысы.

Осы талаптарды сақтай отырып, жұмыста нақты сандарды салыстыру амалдарын, нақты сандарға арифметикалық амалдарды қолдану ережелер әдістемелері қарастырылған.

Нақты санды шексіз ондық бөлшек ретінде қарастыра отырып, жұмыста нақты сандар теңдігінің шарттары, нақты сандарды салыстыру операциялары, нақты сандарға арифметикалық амалдарды орындау ережелері берілген.

Нақты мысалдар арқылы иррационал сандарға арифметикалық амалдарды орындау ережелерін көрсетілген. Иррационал санды иррационал дәрежеге көтеру, екі иррационал санның қосындысы рационал (тіпті натурал сандар үшін де) сандар болып шығатын жағдайларға мысалдар келтірілген.

Түйінді сөздер: шексіз ондық бөлшек, рационал сан, иррационал сан, нақты сан.

K. Mussabekov

Kokshetau University named Sh. Ualikhanov, Kokshetau, Kazakhstan

TO THE TEACHING METHOD OF THE SUBJECT «ARITHMETIC OPERATIONS ASOCIATED WITH REAL NUMBERS» IN A TECHNICAL UNIVERSITY

Annotation. The paper considered the method of teaching of the topic "Real numbers" in the course of the mathematical analysis in the technical university. During the narration of this topic, and the other topics of the course of the mathematical analysis tutor adheres to the following requirements: accessible presentation of the course; logical rigor and consistency of presentation of educational material; the relationship of the course with other disciplines of the educational program of a technical university.

Adhere to these requirements, the paper considered the methodic of educating of comparison operations of real numbers, arithmetic operations of the real numbers.

Considering the real number as an infinite decimal the paper gives equality conditions of real numbers, comparing operation of real numbers, rules of executing arithmetical operations of real numbers.

Specific examples demonstrate rules of executing arithmetical operations of real numbers. Given the examples of situations when summing of two irrational numbers or exponentiation of irrational number to irrational degree returns rational (even natural) numbers.

Keywords: nonterminating decimal, rational numbers, irrational numbers, real numbers.

Авторлар туралы мәлімет/ Сведения об авторах/ Information about the authors

Калимулла Сұлтанұлы Мусабеков – физика-математика ғылымдарының кандидаты, Шоқан Уәлиханов атындағы Көкшетау университетінің физика, математика және информатика кафедрасының доценті. Қазақстан, Көкшетау, Абай көшесі, 76. E-mail: it.kgu@mail.ru

Мусабеков Калимулла Султанович – кандидат физико-математических наук, доцент кафедры физики, математики и информатики Кокшетауского университета имени Шокана Уалиханова. Казахстан, Кокшетау, ул. Абая, 76. E-mail: it.kgu@mail.ru

Kalimulla Musabekov – Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Associate Professor of the Department of Physics, Mathematics and Computer Science of the Shokan Ualikhanov Kokshetau University. Kazakhstan, Kokshetau, 76 Abaya Street. E-mail: it.kgu@mail.ru